

Dezimalzahlen 1

Was sind Dezimalzahlen ? (Kommazahlen)

Datei Nr. 10301

Stand: 17. Februar 2020

Friedrich W. Buckel

Internetbibliothek für Schulmathematik

www.mathe-cd.de

Vorwort

Kommazahlen oder Dezimalzahlen werden in einfacher Form bereits in Klasse 4 der Grundschule eingeführt, indem man Angaben wie 3 m 25 cm in die Form 3,25 schreibt. Diese Kommazahl soll dann einfach 3 m 25 cm, bedeuten.

Man kann sie in Klasse 6, nachdem man Brüche behandelt hat, auch als anders aufgeschriebene

Division darstellen: $\frac{1}{10} = 0,1$.

Ich zeige zuerst beide Versionen als Wiederholung oder zur Einführung, je nach Stand des Lesers.

Dann gehe ich auf die Umrechnung von Größen in größere bzw. kleinere Maßeinheiten ein.

Dazu muss man Dezimalzahlen mit 10, 100, 1000 dividieren oder multiplizieren, was dann auf eine Kommaverschiebung hinausläuft.

Das ist grob gesagt der Inhalt dieses Textes.

Inhalt

1	Was sind Dezimalzahlen	3
1.1	Einführung über Maßeinheiten	3
1.2	Einführung über Brüche	5
2	Kommaverschiebung bei Division	7
3	Kommaverschiebung bei Multiplikation	9
4	Aufgaben	10

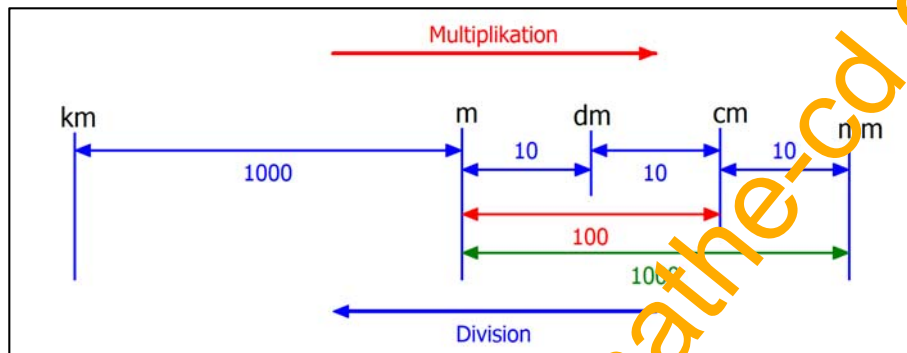
1 Was sind Dezimalzahlen?

Es gibt verschiedene Methoden, Dezimalzahlen (Kommazahlen) einzuführen.

Ich zeige einige Methoden:

1.1 Einführung über Maßeinheiten (Ausführlich im Text 02021 behandelt)

Bei Längenmaßen gibt es verschiedene Maßeinheiten. Dies zeigt folgende Grafik:



Es gilt also beispielsweise **$10 \text{ mm} = 1 \text{ cm}$ $10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$ $10 \text{ dm} = 1 \text{ m}$.**

Somit folgt: $50 \text{ cm} = 5 \text{ dm}$, $500 \text{ cm} = 5 \text{ m}$, $30 \text{ dm} = 3 \text{ m}$, $40 \text{ mm} = 4 \text{ cm}$ usw.

Ein Problem tritt auf, wenn die Einerstelle keine 0 ist.

Wie wandelt man 45 mm in cm , 45 cm in dm oder 45 dm in m um ?

a) Der Trick dabei besteht darin, dass man dann die Maßzahl 45 zerlegt:

Zuerst rechnet man $40 \text{ mm} = 4 \text{ cm}$, also $45 \text{ mm} = 4 \text{ cm} + 5 \text{ mm}$

Man lässt dabei meistens das $+$ weg: $45 \text{ mm} = 4 \text{ cm } 5 \text{ mm}$

Dies schreibt man mit einem Komma:

Genauso hier:

Und da:

$$45 \text{ mm} = 4 \text{ cm } 5 \text{ mm} = \boxed{4,5 \text{ cm}}$$

$$45 \text{ cm} = 4 \text{ dm } 5 \text{ cm} = \boxed{4,5 \text{ dm}}$$

$$45 \text{ dm} = 4 \text{ m } 5 \text{ dm} = \boxed{4,5 \text{ m}}$$

Verwendet man ein Komma zur Trennung, lässt man die kleinere Einheit weg und schreibt die größere Einheit ans Ende.

Weitere Beispiele:

Achtung:

$$23 \text{ mm} = 2 \text{ cm } 3 \text{ mm} = \boxed{2,3 \text{ cm}}$$

$$87 \text{ mm} = 8 \text{ cm } 7 \text{ mm} = \boxed{8,7 \text{ cm}}$$

$$60 \text{ mm} = 6 \text{ cm } 0 \text{ mm} = \boxed{6,0 \text{ cm} = 6 \text{ cm}}$$

Achtung:

$$23 \text{ cm} = 2 \text{ dm } 3 \text{ cm} = \boxed{2,3 \text{ dm}}$$

$$87 \text{ cm} = 8 \text{ dm } 7 \text{ cm} = \boxed{8,7 \text{ dm}}$$

$$90 \text{ cm} = 9 \text{ dm } 0 \text{ cm} = \boxed{9,0 \text{ dm} = 9 \text{ dm}}$$

Achtung:

$$23 \text{ dm} = 2 \text{ m } 3 \text{ dm} = \boxed{2,3 \text{ m}}$$

$$87 \text{ dm} = 8 \text{ m } 7 \text{ dm} = \boxed{8,7 \text{ m}}$$

$$30 \text{ dm} = 3 \text{ m } 0 \text{ dm} = \boxed{3,0 \text{ m} = 3 \text{ m}}$$

- b) Bei diesen Umwandlungen in die **größere Einheit** wird durch 10 dividiert
 Also kann man diese Umwandlungen auch als Divisionen durch 10 schreiben:

$$\begin{aligned} 23 \text{ mm} &= 2 \text{ cm} + 3 \text{ mm} = 2,3 \text{ cm} \\ \text{also ist} \\ 23 \text{ mm} &= 23 : 10 \text{ cm} = 2,3 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 87 \text{ mm} &= 8 \text{ cm} + 7 \text{ mm} = 8,7 \text{ cm} \\ \text{also ist} \\ 87 \text{ mm} &= 87 : 10 \text{ cm} = 8,7 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23 \text{ cm} &= 2 \text{ dm} + 3 \text{ cm} = 2,3 \text{ dm} \\ \text{also ist} \\ 23 \text{ cm} &= 23 : 10 \text{ dm} = 2,3 \text{ dm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 87 \text{ cm} &= 8 \text{ dm} + 7 \text{ cm} = 8,7 \text{ dm} \\ \text{also ist} \\ 87 \text{ cm} &= 87 : 10 \text{ dm} = 8,7 \text{ dm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23 \text{ dm} &= 2 \text{ m} + 3 \text{ dm} = 2,3 \text{ m} \\ \text{also ist} \\ 23 \text{ dm} &= 23 : 10 \text{ m} = 2,3 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 87 \text{ dm} &= 8 \text{ m} + 7 \text{ dm} = 8,7 \text{ m} \\ \text{also ist} \\ 87 \text{ dm} &= 87 : 10 \text{ m} = 8,7 \text{ m} \end{aligned}$$

Ohne Einheiten:

$$23 : 10 = 2,3$$

$$87 : 10 = 8,7$$

Was passiert also, wenn man eine Zahl durch 10 dividiert?

1. Fall: Hat die Zahl eine 0 als Einerziffer, dann fällt diese weg:

$$30 : 10 = 3, \quad 150 : 10 = 15 \quad 2500 : 10 = 250 \quad \text{usw.}$$

2. Fall: Ist die letzte Ziffer keine 0, dann geht man so vor:

Man denkt sich am rechten Ende der Zahl ein Komma und verschiebt es um 1 Stelle nach links. Dann hat man durch 10 dividiert:

$$38 : 10 = 3,8$$

Erklärung:

$$38, : 10 = 3,8 \quad | \leftarrow$$

$$267 : 10 = 26,7$$

$$267, : 10 = 26,7 \quad | \leftarrow$$

$$1635 : 10 = 163,5$$

$$1635, : 10 = 163,5 \quad | \leftarrow$$

Der Strich | zeigt die Stelle, an der vor der Division das Komma war.

Diese Kommaregel kann man übrigens auch im ersten Fall anwenden:

$$30 : 10 = 3,0 \text{ m} = 3 \text{ m} \quad 0 \text{ dm} = 3 \text{ m}$$

$$\text{Also ist } 3,0 = 3$$

$$150 : 10 = 15,0 = 15$$

$$\text{Also ist } 15,0 = 15$$

$$\text{oder } 2500 : 10 = 250,0 = 250$$

$$\text{Also ist } 250,0 = 250$$

Merke: Steht am Ende einer Zahl ,0, dann kann man das weglassen:

3. Fall: Bei manchen Divisionen muss man links Nullen anfügen, damit man das Komma verschieben kann:

$$\text{Zum Beispiel: } 2 \text{ mm} = 0 \text{ cm} \quad 2 \text{ mm} = 0,2 \text{ cm}$$

$$\text{Hieraus erkennt man: } 2 \text{ cm} : 10 = 2 \text{ mm} = 0,2 \text{ cm}$$

$$\text{Hier wurde links vor die 2 eine Null gesetzt: } 2, : 10 = 02, : 10 = 0,2 \quad | \leftarrow$$

$$\text{Weitere Beispiele: } 7 : 10 = 0,7 \quad 1 : 10 = 0,1$$

1.2 Einführung der Dezimalzahlen über Brüche

Du hast sicher gelernt, dass man Divisionsrechnungen als Brüche schreiben kann:

$$12 : 4 = \frac{12}{4}, \quad 40 : 4 = \frac{40}{4}, \quad 3 : 4 = \frac{3}{4}, \quad 1 : 10 = \frac{1}{10} \quad 1 : 100 = \frac{1}{100} \text{ usw.}$$

Manche dieser Divisionen (Brüche) haben ein ganzzahliges Ergebnis:

$$12 : 4 = \frac{12}{4} = 3, \quad 40 : 4 = \frac{40}{4} = 10, \quad \text{die meisten aber nicht.}$$

Dann kann man Kommazahlen verwenden, die man gerade aus diesem Grunde eingeführt hat:

Merke: Statt $\frac{1}{10}$ schreibt man auch 0,1.
 Statt $\frac{1}{100}$ schreibt man auch 0,01.
 Statt $\frac{1}{1000}$ schreibt man auch 0,001, usw.

Um das besser zu verstehen, muss man es anschaulicher machen. Etwas durch Anfügen einer Maßeinheit. Denn weil man 1 m auch umwandeln kann in kleinere Maßeinheiten, lassen sich dann viele Divisionen doch noch ganzzahlig berechnen:

a) $1 \text{ m} : 10 = \frac{1}{10} \text{ m} = 0,1 \text{ m}$ wird wegen $1 \text{ m} = 10 \text{ dm}$ zu $10 \text{ dm} : 10 = 1 \text{ dm}$.

Also ist $0,1 \text{ m} = 1 \text{ dm}$

b) $\frac{4}{10} \text{ m}$ schreibt man dann als 0,4 m und das kann man umrechnen in

$4 \text{ m} : 10 = 40 \text{ dm} : 10 = 4 \text{ dm}$. Also ist $0,4 \text{ m} = 4 \text{ dm} = \frac{4}{10} \text{ m}$

c) Für $1 \text{ m} : 100 = \frac{1}{100} \text{ m} = 0,01 \text{ m}$ rechne ich m in cm um:

$1 \text{ m} : 100 = 100 \text{ cm} : 100 = 1 \text{ cm}$ Also ist $0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm}$

d) Für $1 \text{ m} : 1000 = \frac{1}{1000} \text{ m} = 0,001 \text{ m}$ rechne ich in mm um:

$1 \text{ m} : 1000 = 1000 \text{ mm} : 1000 = 1 \text{ mm}$. Also ist $0,001 \text{ m} = 1 \text{ mm}$

e) Was bedeutet dann 0,25? $0,25 \text{ m} = \frac{25}{100} \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m}$ Hier wurde durch 25 gekürzt.

f) $0,75 \text{ m} = \frac{75}{100} \text{ m} = \frac{3}{4} \text{ m}$

g) $4,3 \text{ m} = 4 \text{ m} + 0,3 \text{ m} = 4 \text{ m} + 3 \text{ dm}$ oder $= 4 \text{ m} + 30 \text{ cm}$

h) Wieviel sind 2,45 m?

Man zerlegt: $2,45 \text{ m} = 2 \text{ m} + 0,45 \text{ m} = 2 \text{ m} + \frac{45}{100} \text{ m} = 2 \text{ m } 45 \text{ cm}$

Also bedeutet:

$\underbrace{2}_{\text{Ganze m}}, \underbrace{45}_{\text{Hundertstel-m}} = \text{cm}$

Da außerdem $45 \text{ cm} = 4 \text{ dm} + 5 \text{ cm}$ sind, kann man 1,45 m auch so deuten:

$\underbrace{2}_{\text{Ganze m}}, \underbrace{4}_{\text{Zehntel-m}} \underbrace{5}_{\text{Hundertstel-m}} = \text{dm} = \text{cm}$

Das Komma trennt die ganzen m von den restlichen 45 cm, die ja 45 Hundertstel m sind.

Und man schreibt hinter das Komma die 45, die Hundertstel bedeuten sollen.

Die erste Stelle hinter dem Komma gibt die Zehntel an, die zweite Stelle die Hundertstel.

i) 36,53 bedeuten daher

$\underbrace{36}_{\text{Ganze}}, \underbrace{5}_{\text{Zehntel}} \underbrace{3}_{\text{Hundertstel}}$ oder $\underbrace{36}_{\text{Ganze}}, \underbrace{53}_{\text{Hundertstel}}$

Also gilt: $36,53 \text{ m} = 36 \text{ m } 5 \text{ dm } 3 \text{ cm} = 36 \text{ m } 53 \text{ cm}$

Oder $36,53 \text{ €} = 36 \text{ € } 53 \text{ ct.}$

k) Was bedeuten dann 2,357 kg?

$\underbrace{2}_{\text{Ganze kg}}, \underbrace{3}_{\text{Zehntel kg}}, \underbrace{5}_{\text{Hundertstel kg}}, \underbrace{7}_{\text{Tausendstel kg}} = \text{Gramm.}$ oder $\underbrace{2}_{\text{Ganze kg}}, \underbrace{357}_{\text{Tausendstel kg}} = \text{Gramm}$

Also gilt: $2,357 \text{ kg} = 2 \text{ kg } 357 \text{ g}$. Hier trennt das Komma die ganzen kg von den Bruchteilen, die 357 Gramm bedeuten.

Oder: $2,357 \text{ km} = 2 \text{ km } 357 \text{ m}$.

l) **Was ist der Unterschied zwischen 4,5 und 4,50 und 4,500 usw. ?**

Mit einer Einschränkung, die ich anschließend erwähne, gilt: Es gibt keinen Unterschied!

$$4,5 = 4,50 = 4,500 = \dots$$

Begründung:

$$4,5 \text{ m} = 4 \text{ m } 5 \text{ dm} = 4 \text{ m } 50 \text{ cm} = 4 \text{ m } 500 \text{ mm}$$

$$4,50 \text{ m} = 4 \text{ m } 50 \text{ cm} = 4 \text{ m } 500 \text{ mm}$$

$$4,500 \text{ m} = 4 \text{ m } 500 \text{ mm}$$

Oder in der Bruchschreibweise:

$$4,5 \text{ m} = 4 \text{ m} + \frac{5}{10} \text{ m}$$

$$4,50 \text{ m} = 4 \text{ m} + \frac{50}{100} \text{ m} = 4 \text{ m} + \frac{5}{10} \text{ m} \quad (\text{gekürzt durch } 10)$$

$$4,500 \text{ m} = 4 \text{ m} + \frac{500}{1000} \text{ m} = 4 \text{ m} + \frac{5}{10} \text{ m} \quad (\text{gekürzt durch } 100).$$

Die Einschränkung: Wenn es sich bei 4,5 m oder 4,50 m usw. um gerundete Werte handelt, gibt die Anzahl der Ziffern hinter dem Komma einen Hinweis auf die Genauigkeit der Rundung: Je mehr Stellen desto genauer ist die Angabe.